# Misconcezioni "inevitabili" e misconcezioni "evitabili"[1]

**Silvia Sbaragli**
*N.R.D.*
*Nucleo di Ricerca in Didattica della Matematica*
*dell'Università di Bologna*

Questo articolo è stato oggetto di pubblicazioni in:
Sbaragli S. (2005). Misconcezioni "inevitabili" e misconcezioni "evitabili". *La matematica e la sua didattica.* 1, 57-71.

**Summary.** *In this article we present a distinction between different kind of misconceptions: "avoidable" misconceptions that derive directly from knowledge didactical transposition, because they are just a direct consequence of teachers' choices and the "unavoidable" ones that derive only indirectly from didactical transposition, since they are due to the need of starting from a certain knowledge in order to communicate, that at the beginning will never be exhaustive of the whole mathematical concept we are proposing.*

**Sunto.** *In questo articolo si presenta una distinzione tra i diversi tipi di misconcezioni: le misconcezioni "evitabili" che derivano direttamente dalla trasposizione didattica del sapere, in quanto sono, appunto, una diretta conseguenza delle scelte degli insegnanti e le "inevitabili" che derivano solo indirettamente dalla trasposizione didattica, essendo imputabili alla necessità di dover partire da un certo sapere per poter comunicare, sapere iniziale che non potrà mai essere esaustivo dell'intero concetto matematico che si vuol proporre.*

## 1. Le misconcezioni

In questi ultimi anni la nostra attenzione si è concentrata sullo studio delle *misconcezioni*, un tema di forte rilevanza in didattica della matematica. Per capire che cosa si intende con questo termine, riportiamo le seguenti parole di D'Amore (1999a): «Una misconcezione è un concetto errato e dunque costituisce genericamente un evento da

---

[1] Articolo pubblicato nella rivista: *La matematica e la sua didattica.* 1. 57-71.

evitare; essa però non va vista sempre come una situazione del tutto o certamente negativa: non è escluso che per poter raggiungere la costruzione di un concetto, si renda necessario passare attraverso una misconcezione momentanea, ma in corso di sistemazione».

Le *immagini* deboli e instabili che uno studente si fa di un concetto, possono essere in certi casi delle vere e proprie misconcezioni, cioè interpretazioni errate delle informazioni ricevute. Tali immagini-misconcezioni, essendo in continua evoluzione nella complessa scalata verso la costruzione di un concetto (D'Amore, 2001), non sempre risultano di ostacolo all'apprendimento futuro degli allievi, a meno che esse non diventino forti e stabili *modelli* erronei di un concetto. In questo caso, la stabilità del modello costituisce di per sé stessa un ostacolo ai futuri apprendimenti. Per chiarire ciò che intendiamo, facciamo nostra la distinzione tra *immagine* e *modello* riportata in D'Amore (1999a), della quale proponiamo una breve sintesi: «Farsi un modello di un concetto, dunque, significa rielaborare successivamente immagini (deboli, instabili) per giungere ad una di esse definitiva (forte, stabile)».

Sappiamo come sia difficile per l'allievo costruire un concetto, soprattutto quando il modello che si forma rappresenta solo un'immagine-misconcezione che avrebbe dovuto essere ulteriormente ampliata per riuscire a contemplare i diversi aspetti del concetto stesso.

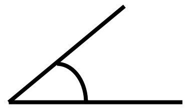
Dal punto di vista didattico, quando un insegnante propone un'immagine forte, convincente, persistente, e in alcuni casi addirittura univoca di un concetto, l'immagine si trasforma in *modello intuitivo* (Fischbein, 1985, 1992). Si crea quindi una sorta di rispondenza diretta tra la situazione proposta ed il concetto matematico che si sta utilizzando; ma questo modello potrebbe non rispecchiare il sapere matematico chiamato in gioco, generando così un *modello parassita* (Fischbein, 1985, 1992) che vincola l'apprendimento futuro. Più "forte" è il modello intuitivo, più difficile è infrangerlo per assimilare e accomodare una nuova immagine più comprensiva del concetto. In questi casi, le misconcezioni, che potrebbero non essere considerate in senso negativo, se viste e proposte come momento di passaggio, diventano forti ostacoli per i successivi apprendimenti difficili da essere superati.

## 2. Misconcezioni "inevitabili"[2] ed "evitabili"

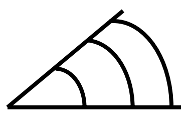
Presentiamo di seguito due situazioni che potrebbero essere la fonte di misconcezioni.

1. Quando un insegnante mostra per la prima volta ad un bambino di scuola dell'infanzia un modello di cubo rosso, di legno, di una certa dimensione e gli dice: «Guarda, questo è un cubo», il bambino potrebbe credere che il cubo deve essere sempre rosso, di legno, di quelle determinate dimensioni. Tutte queste informazioni percettive, che nel contesto della matematica sono avvertite come "parassite" (D'Amore, 1998), potrebbero essere invece quelle considerate dall'allievo come caratterizzanti l'oggetto del quale si sta parlando, essendo più percepibili e immediate.

2. Durante un esame di Matematica all'Università, presso la Facoltà di Scienze della Formazione Primaria, si è chiesto ad uno studente non frequentante di spiegare che cos'è un angolo.
A questa sollecitazione lo studente risponde:
«Un angolo è la lunghezza dell'arco»
e, dopo aver chiesto se poteva disegnare, lo studente realizza la seguente "classica" rappresentazione che mette in evidenza l'arco che, a suo parere, identifica l'angolo:



Alla provocatoria sollecitazione del docente:
«Allora, a mano a mano che ti sposti l'angolo diventa sempre più ampio?», supportata dalle seguenti aggiunte al precedente disegno:



lo studente risponde:
«È vero, non ci avevo mai pensato!»

---

[2] Il termine inevitabile riferito alle misconcezioni è già stato usato da Gagatsis (2003) senza essere spiegato chiaramente.

Nella *prima situazione*, le misconcezioni che si possono essere create derivano solo *indirettamente* dalla *trasposizione didattica* (Chevallard, 1985, 1994) effettuata dall'insegnante, in quanto sono una conseguenza dall'esigenza di dover dire e mostrare qualcosa per poter spiegare un concetto.
In questo caso, le misconcezioni possono essere viste come *inevitabili* momenti di passaggio che derivano dalle rappresentazioni che gli insegnanti sono *costretti* a fornire per poter presentare un concetto, che potrebbero contenere delle "informazioni parassite" rispetto al concetto matematico che si vuole trattare.
Nell'affermare che, nel presentare un concetto, si è *costretti* a fare i conti con rappresentazioni realizzate per mezzo di segni, ossia con la semiotica, stiamo affermando, in linea con il pensiero di Duval (1993), che: *non c'è noetica* (acquisizione concettuale di un oggetto) *senza semiotica* (rappresentazione realizzata per mezzo di segni) e che la semiotica viene assunta come caratteristica necessaria per garantire il primo passo verso la noetica. Detto in altro modo: «In matematica l'acquisizione concettuale di un oggetto passa necessariamente attraverso l'acquisizione di una o più rappresentazioni semiotiche» (D'Amore, 2003).
Eppure, qualsiasi rappresentazione: un disegno, una frase, un grafico, un modello tridimensionale, …, non avrà mai le caratteristiche concettuali di astrattezza, idealità, perfezione, generalità (Fischbein, 1993; Maier, 1993, 1995, 1998) tipiche della matematica e questo potrebbe essere la fonte di quelle *misconcezioni* che abbiamo chiamato *inevitabili*. «I modelli restano distinti dalla nozione stessa, non solo a causa dell'astrazione propria della nozione (passaggio dall'oggetto alla classe di oggetti) ma anche a causa dell'idealizzazione (passaggio dall'oggetto reale alla sua immagine ideale, mediante il passaggio intermedio del modello)» (Maier, 1995).
Tuttavia, dovendo fare i conti con la semiotica di un concetto, potrebbe accadere che lo studente confonda la semiotica con la noetica, associando le caratteristiche peculiari della specifica rappresentazione al concetto stesso: «(…) Come dei soggetti in fase di apprendimento potrebbero non confondere gli oggetti matematici con le loro rappresentazioni semiotiche se essi non possono che avere relazione con le sole rappresentazioni semiotiche? L'impossibilità di un accesso diretto

agli oggetti matematici, al di fuori di ogni rappresentazione semiotica, rende la confusione quasi *inevitabile*» (Duval, 1993).
L'inevitabilità del passaggio attraverso la semiotica, rende le *misconcezioni* che ne derivano *inevitabili*.
Inizialmente, quell'allievo di scuola dell'infanzia descritto nella prima situazione, potrebbe credere che il cubo debba essere rosso, di legno, di quelle determinate dimensioni; tutte caratteristiche che derivano dalla semiotica (l'immagine proposta) e dall'associazione della rappresentazione al concetto. Ma se l'insegnante avrà in seguito la sensibilità didattica di creare le condizioni per superare queste misconcezioni, mostrando modelli di cubi, non di legno, non rossi, non di quelle dimensioni per poi fornire nel tempo diverse rappresentazioni in vari registri (D'Amore, 2003), il bambino lentamente compirà dei passi in avanti nella costruzione del concetto, ampliando le vecchie immagini-misconcezioni, fino a creare una nuova immagine in grado di contemplare tutte le successive sollecitazioni che gli verranno proposte. Ossia, lentamente lo studente annullerà i tratti distintivi (D'Amore, 2003) dell'oggetto che non lo caratterizzano dal punto di vista matematico per puntare l'attenzione su quelli che invece lo rappresentano in questo contesto; in tal modo l'insegnante eviterà il formarsi di modelli parassiti nella mente dello studente.
Al contrario, se l'insegnante mostrerà all'allievo sempre la stessa rappresentazione del concetto, senza pensare alle conseguenze che questa sua scelta potrebbe comportare, si potrebbero verificare *ostacoli di tipo didattico* (Brousseau, 1983, 1986) per il futuro apprendimento. In quest'ultimo caso, le misconcezioni sono da noi chiamate "evitabili".

Nella *seconda situazione*, la continua, univoca e impropria rappresentazione fornita da insegnanti diversi, anno dopo anno, ha dato forza nella mente dello studente a caratteristiche "parassite" della semiotica a sfavore della noetica. Questo ha comportato che l'allievo identificasse quell'"archetto" all'angolo, confondendo così la rappresentazione fornita con il concetto. L'"archetto" è così diventato l'elemento caratterizzante il concetto proposto e questo ha comportato che lo studente andasse alla ricerca della proprietà che maggiormente lo caratterizza: la sua lunghezza.
In questo caso, la misconcezione che si è creata sembra essere "*evitabile*" in quanto dipende da due diverse cause: la reiterata proposta

della stessa rappresentazione, ma anche la scelta della rappresentazione stessa, che meno di altre rispetta le proprietà del concetto che si vuole far apprendere (la limitatezza dell'archetto contrasta con l'illimitatezza dell'angolo).

Tale esempio rientra nella seguente considerazione di Maier (1993): «In geometria sono molti gli allievi che hanno difficoltà a capire le indicazioni, i problemi e le spiegazioni fornite dall'insegnante o dal manuale, perché le loro concezioni geometriche rimangono strettamente legate alle figure e ai modelli concreti utilizzati come supporti visivi per formare queste concezioni. A mio avviso, questo è dovuto al fatto che i supporti visivi sono spesso utilizzati nelle ore di geometria in una maniera non soddisfacente. A volte i modelli utilizzati sono inadatti a rappresentare la nozione che si tratta e così gli allievi acquisiscono un'idea sbagliata per quanto riguarda il senso del vocabolario geometrico».

Questo tipo di *misconcezioni*, che derivano *direttamente dalla trasposizione didattica del sapere*, sono da noi chiamate "*evitabili*" in quanto sono, appunto, una diretta conseguenza delle scelte degli insegnanti.

In effetti, capita spesso che, a complicare l'apprendimento degli oggetti matematici, incidano le decisioni prese dall'insegnante, derivanti dalle proposte della *noosfera* (libri di testo, programmi, riviste, …) (Godino, 1993), di fornire all'allievo giorno dopo giorno, sempre e solo univoche rappresentazioni convenzionali, come nel caso degli enti primitivi della geometria (Sbaragli, 2004), che vengono così accettate ciecamente dall'allievo a causa del *contratto didattico* instaurato in classe (Brousseau, 1980a, 1980b, 1986) e del fenomeno *di scolarizzazione* (D'Amore, 1999b).

Tanto per fare solo alcuni esempi, il *punto* matematico è percepito e riferito all'unica rappresentazione che viene comunemente fornita: un "cerchietto" di diametro variabile; la *retta* ad una linea, di diverso spessore, diritta, formata da tre puntini iniziali e tre finali; nessuno ha il coraggio di *osare*[3] uscendo da queste rappresentazioni, che vengono

[3] Il termine *osare* è citato da Sarrazy nel suo profondo articolo del 1995 a proposito del seguente aforisma riferito alla devoluzione: «Credimi, dice il maestro all'allievo, *osa* utilizzare il tuo proprio sapere e imparerai».

percepite dagli insegnanti, e indirettamente dagli allievi, come le uniche plausibili e possibili:
*A.: «Non credo che ci siano altri modi per rappresentare un punto se non quello di toccare leggermente un foglio con una penna»* (insegnante di scuola primaria).

Riportiamo a tale proposito alcuni episodi avvenuti durante un lavoro di ricerca riguardante le misconcezioni di insegnanti ed allievi relative agli enti primitivi della geometria.
Alla domanda posta ad uno studente di V Liceo Scientifico: *«Immagina di spiegare ad un tuo compagno che cos'è una retta in matematica. Tu che cosa gli diresti?»*, lo studente risponde:
*«Gli direi che è tre puntini, un segmento, tre puntini».*
Mentre un altro studente, sempre di V Liceo Scientifico, parlando del punto matematico afferma: *« • $\longleftarrow$ questo è un punto»*
Sempre a proposito del punto matematico, un'insegnante di scuola primaria, alle prese con la realizzazione di solidi "scheletrati" formati da pongo e stuzzicadenti, afferma: *«Per me il punto è sferico».*
Queste misconcezioni sono solo alcune tra le tante che abbiamo reperito in questi anni: esse mettono in evidenza come le continue ed univoche sollecitazioni fornite dall'insegnante fanno sì che lo studente, o addirittura a volte anche l'insegnante stesso, confonda la rappresentazione proposta con l'oggetto matematico che si vuole far apprendere: «Lo studente non sa che sta apprendendo segni che stanno per concetti e che dovrebbe invece apprendere concetti; se l'insegnante non ha mai riflettuto su questo punto, crederà che lo studente stia apprendendo concetti, mentre questi sta in realtà "apprendendo" solo a far uso di segni» (D'Amore, 2003).
Ne consegue che occorre didatticamente fare molta attenzione alla scelta, ai contesti ed alle modalità d'uso dei segni che rappresentano l'oggetto matematico che si vuole far apprendere ai propri allievi; un'attenzione che è spesso sottovalutata o data per scontata. Questo è sostenuto anche da Duval che ribadisce come, presso alcuni studiosi di didattica, si scorge una riduzione del segno ai *simboli convenzionali* che connotano direttamente e isolatamente degli oggetti, ma che possono portare a misconcezioni (da noi chiamate "*evitabili*"), dato che diventano rappresentanti unici di un dato registro. Eppure «(…) il coordinamento di registri è la condizione per la padronanza della

comprensione in quanto essa è la condizione per una differenziazione reale tra gli oggetti matematici e la loro rappresentazione. Costituisce una soglia il cui superamento cambia radicalmente l'attitudine di fronte ad un tipo di attività o ad un dominio (…) Ora, questo coordinamento non ha niente di spontaneo» (Duval, 1995).
Come abbiamo già sostenuto precedentemente, la ripetitività delle rappresentazioni fornite non rappresenta l'unica causa delle misconcezioni *"evitabili"*; queste spesso dipendono dalle rappresentazioni stesse che risultano mal scelte, come nel caso dell'"archetto" o di particolari termini linguistici dei quali parleremo in modo esplicito negli esempi del paragrafo seguente.

In sintesi, nella ricerca in Didattica della Matematica avvertiamo la presenza di due categorie di *misconcezioni* che abbiamo chiamato: *"inevitabili"*, quando derivano solo indirettamente dalla trasposizione didattica, essendo imputabili alla necessità di dover partire da un certo sapere da dover comunicare, che non sarà mai inizialmente esaustivo dell'intero concetto matematico; *"evitabili"*, quando sono una diretta conseguenza della trasposizione didattica.

## 3. Esempi di misconcezioni "inevitabili" ed "evitabili"

Per permettere al lettore di cogliere meglio la distinzione tra i due tipi di misconcezioni, riportiamo di seguito alcuni esempi di entrambe le categorie.

### *Misconcezioni "inevitabili".*

1. Lo studente ha imparato negli anni a riconoscere il quadrato e il rettangolo tramite sollecitazioni scolastiche ed extra-scolastiche. Un giorno l'insegnante di scuola primaria analizza più a fondo da un punto di vista logico la definizione di quadrato a partire dal rettangolo e mostra come la richiesta che evidenzia la "differenza specifica" tra il "genere prossimo" rettangoli ed il "sottogenere" quadrati riguarda solo la lunghezza dei lati (che devono essere tutti congruenti). Quindi, dopo aver disegnato un quadrato alla lavagna sostiene che esso è un particolare tipo di rettangolo (D'Amore, 1999a). La misconcezione che negli anni potrebbe essersi creata nell'allievo che l'immagine prototipo di rettangolo è una figura che deve avere i lati consecutivi di lunghezze diverse, potrebbe a questo punto creare un conflitto cognitivo con la

nuova immagine proposta dall'insegnante. Tale possibile *misconcezione* iniziale è da noi considerata "*inevitabile*", in quanto dipende dalla necessaria gradualità dell'introduzione dei saperi che, per essere proposti, si devono ancorare a rappresentazioni semiotiche che spesso nascondono la totalità e la complessità del concetto. Risulta in effetti impensabile poter proporre inizialmente tutte le considerazioni necessarie per poter caratterizzare un concetto dal punto di vista matematico e questa scelta obbligata dipende soprattutto dagli *ostacoli ontogenetici* (Brousseau, 1983).

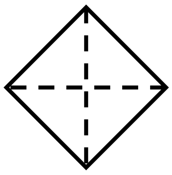
2. Nei primi anni di scuola primaria, lo studente incontra l'operazione di moltiplicazione nell'insieme dei numeri naturali. Tale operazione, in questo contesto, fa "aumentare i valori", ossia fa sì che il prodotto di due fattori sia sempre maggiore di entrambi. L'insegnante, per evitare di creare nella mente degli allievi la misconcezione basata sulla convinzione che "la moltiplicazione sempre accresce" (D'Amore, 1999a), può aver messo in guardia gli allievi sul fatto che questo non sempre si verifica. L'insegnante può aver fatto notare fin dall'inizio che esistono altri numeri oltre ai naturali che fanno diminuire il risultato di tale operazione rispetto alla grandezza dei fattori e può aver evitato di rafforzare tale attesa intuitiva non introducendo immagini figurali che rinforzano tale convinzione (raffigurazione schematica chiamata "schieramento") (D'Amore, 1999a). Questi tentativi dell'insegnante vertono sulla speranza di non creare una misconcezione del concetto di moltiplicazione, soprattutto di non crearla in modo stabile, per riuscire successivamente ad ampliarla nel tentativo di costruire un modello di concetto di moltiplicazione in modo ottimale, che tenga conto dei successivi ampliamenti ai numeri razionali. Eppure, anche se l'insegnante ha avuto tale attenzione didattica, potrebbe essersi creata nella mente di alcuni studenti questa misconcezione derivante dai continui risultati delle operazioni di moltiplicazione nell'insieme dei numeri naturali. In questa situazione, tale *misconcezione* risulta essere "*inevitabile*" dato che deriva dalla necessità di dover partire da certi aspetti del sapere matematico, non potendo presentare subito un concetto nella sua totalità. Questa presentazione inizialmente parziale del concetto potrebbe contenere delle caratteristiche che non risultano esaustive e totalizzanti del sapere matematico proposto, ma che possono essere considerate come tali dagli studenti. In questo caso, quindi, la

misconcezione non è direttamente imputabile alla trasposizione didattica, ma alla necessaria gradualità di presentazione del sapere che, *inevitabilmente*, non è esaustivo del concetto matematico.

*Misconcezioni "evitabili".*

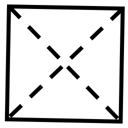
1. L'*istituzionalizzazione* (Chevallard, 1992) di una scelta.

Durante una sperimentazione in una classe IV di scuola primaria di Mirano (VE) si è presentata la seguente situazione, ampiamente studiata nella letteratura di ricerca in didattica della matematica (D'Amore, 1999a). Dopo aver costruito dei fogli quadrati di carta dove si erano anche evidenziate le pieghe delle diagonali, il ricercatore ha disposto il proprio modello di quadrato nella seguente "inaspettata" posizione rispetto a quella "classica" scelta dai bambini per parlare di quadrato:



A questa provocazione i bambini hanno obbiettato: *«Quello che hai in mano tu è un rombo, quello che abbiamo in mano noi è un quadrato».*

(I bambini tenevano il quadrato disposto nel seguente modo rispetto all'osservatore:

 ).

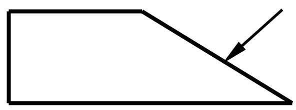
Il ricercatore ha allora sollecitato la discussione domandando loro: *«Perché quello che ho in mano io è un rombo e il vostro è un quadrato?».*

Bambini: *«Perché la maestra ci ha detto che il rombo ha le diagonali orizzontali e verticali, mentre il quadrato ha le diagonali oblique».*

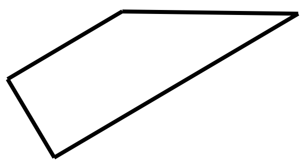
Nella logica di ciò che era stato loro insegnato, i bambini avevano ragione: la risposta risultava coerente rispetto all'insegnamento che avevano ricevuto. La rappresentazione e l'indicazione verbale che l'insegnante aveva fornito ai propri allievi, in buona fede, allo scopo di aiutarli, risultava in realtà un ostacolo all'apprendimento, dato che

fissava l'attenzione solo su una particolare posizione assunta dall'oggetto, posizione che risultava intuitiva, essendo percettivamente immediata, ma che celava le caratteristiche matematiche del concetto.
Le *misconcezioni "evitabili"* rilevate in questo caso sembrano dipendere da due diverse cause: la ripetitività della rappresentazione proposta dall'insegnante (che consiste nel quadrato disegnato con i lati orizzontali e verticali rispetto al punto di vista del lettore e che viene proposta dalla noosfera in modo quasi esclusivo) e soprattutto l'*istituzionalizzazione* verbale di tale scelta.

2. Il "*lato obliquo*" del trapezio. Una convenzione accettata da anni dalla noosfera, e per questo presente in tutti i libri di testo, è quella di chiamare il lato del trapezio, indicato nel seguente disegno, con il nome di "lato obliquo".
Questa scelta risulta costruttiva per l'apprendimento degli allievi o fonte di ostacoli didattici?



A nostro parere tale scelta crea nella mente degli allievi *misconcezioni "evitabili"*, dato che essa vincola la posizione da far assumere all'oggetto. Nella seguente figura, che rappresenta lo stesso trapezio ma disposto in modo diverso rispetto ai margini del foglio, tutti i lati risultano obliqui rispetto al lettore, tranne quello che per convenzione è chiamato obliquo. A questo punto lo studente potrebbe non riconoscere più il trapezio o per farlo potrebbe doverlo riportare nella posizione da lui considerata standard: con il lato che è stato etichettato come obliquo disposto in modo che lo sia effettivamente rispetto al proprio punto di vista.



Tali *misconcezioni* sono *"evitabili"* in quanto dipendono dalla scelta linguistica dei termini che da maggiore risalto alla posizione assunta dall'oggetto del quale si sta parlando, piuttosto che all'essenza dell'oggetto stesso, valorizzando così saperi esterni al contesto della matematica (Sbaragli, 2003).

3. La parola *"base"* nello spazio. Molti insegnanti, non solo della scuola primaria, introducono la parola "base" nello spazio, affermando che è la faccia sulla quale "appoggia" il solido. Allo stesso tempo, ai solidi vengono dati particolari nomi, derivanti dalla proposta della noosfera, del tipo: "piramide a base quadrata", "prismi a basi triangolari", …
Queste scelte didattiche congiunte possono provocare *misconcezioni "evitabili"*, dato che vincolano la posizione che deve assumere il solido nello spazio. Eppure, ciò che si dovrebbe auspicare in àmbito geometrico è che lo studente riesca ad osservare le proprietà matematiche dell'oggetto, invarianti rispetto alla posizione assunta: «Uno degli obiettivi dell'insegnamento della geometria nella scuola primaria risiede nella costruzione da parte degli allievi di invarianti spaziali fondamentali che servono poi da relazioni di base per la geometria» (Laborde, 2004).
Ne consegue che, nella logica di ciò che gli insegnanti intendono per "base" nello spazio e dei termini che vengono comunemente utilizzati per parlare dei poliedri, è possibile giustificare il seguente episodio avvenuto durante una sperimentazione.
In una III media, dopo aver disposto un modello di piramide quadrangolare con una faccia triangolare appoggiata sulla cattedra, si è chiesto di quale solido si trattava. Una studentessa ha risposto immediatamente: «*Non so che cosa sia, ma se lo rigiri diventa una piramide a base quadrata*» (intendendo: con la faccia quadrata appoggiata sulla cattedra).
Anche in questo caso la studentessa risulta coerente con ciò che le è stato insegnato: la base è la faccia sulla quale "appoggia" il poliedro, quel solido si chiama "piramide a base quadrata" solo se "appoggia" sulla faccia quadrata.
Eppure in matematica non vi sono piani di "appoggio", ogni faccia può essere considerata come "base", indipendentemente da come è disposta nello spazio. La "base" può essere una qualsiasi faccia sulla quale si presta l'attenzione, così come nel piano, la "base" può essere un

qualsiasi lato, comunque disposto rispetto ai margini del foglio o al lettore.
[Questi esempi di misconcezioni “evitabili” saranno prossimamente trattati da un altro punto di vista in un articolo successivo relativo ai vincoli derivanti dalla posizione assunta da un oggetto matematico].

## 4. Brevi conclusioni

Condividiamo con Moreno Armella (1999) che: «Ogni azione cognitiva è un’azione mediata da strumenti materiali o simbolici», ma siamo anche consapevoli che il *milieu* o *ambiente* (Brousseau, 1989) si oppone a chi deve imparare. Il milieu deve quindi essere strutturato e predisposto dall’insegnante in modo opportuno, con strumenti opportuni, allo scopo di giungere, alla fine dell’attività, ad una conoscenza specifica senza che si siano creati nella mente degli allievi misconcezioni “evitabili”.
In questo articolo, abbiamo in effetti messo in evidenza come le misconcezioni possano essere “inevitabili” momenti di passaggio nella costruzione dei concetti, ma possono anche dipendere dalla prassi scolastica “minata” da improprie consuetudini proposte dagli insegnanti ai propri allievi, che sono fonti di misconcezioni “evitabili”.
L’obiettivo didattico da porsi deve quindi mirare alla strutturazione coerente e significativa dell’*ingegneria didattica* (Artigue, 1989, 1992) in modo tale da creare un ambiente all’interno del quale l’allievo, attraverso adattamenti progressivi delle sue conoscenze provvisorie, apprenda. L’insegnante provoca questi adattamenti servendosi di una scelta appropriata della situazione proposta che, se non è pensata criticamente a priori, può essere fonte di ostacoli per gli apprendimenti futuri degli allievi: «La conoscenza dipende anche e proprio da quegli strumenti di mediazione che mettiamo in campo per la sua costruzione, e dall’insieme e dal tipo di significazioni che tali strumenti ricevono dall’intorno sociale» (D’Amore, 2003). Per questo l’ingegneria didattica deve essere pensata e organizzata dall’insegnante in modo da aiutare a “combattere” i contrasti causati dall’ambiente o insiti in esso, nel tentativo di non creare misconcezioni “evitabili” e di superare misconcezioni “inevitabili”, allo scopo di favorire una efficace costruzione dei concetti matematici.

## Bibliografia

Artigue M. (1989). *Epistémologie et didactique*. IREM. Paris VII.

Artigue M. (1992). Didactic engineering. In: Douady R., Mercier A. (eds.). Research in didactique of mathematics: Selected papers (Special issue). *Recherches en didactique des mathématiques*. 12, 41-65.

Brousseau G. (1980a). Les échecs électifs dans l'enseignement des mathématiques à l'école élémentaire. *Revue de laryngologie, otologie, rhinologie*. 101, 3-4, 107-131.

Brousseau G. (1980b). L'échec et le contrat. *Recherches en didactique des mathématiques.* 41, 177-182.

Brousseau G. (1983). Ostacles Epistemologiques en Mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques.* 4, 2, 165-198.

Brousseau G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques.* 7, 2, 33-115.

Brousseau G. (1989). Le contrat didactique: le milieu. *Recherches en didactique de mathématiques*. 9, 3, 309-336.

Chevallard Y. (1985). *La transposition didactique*. *Du savoir savant au savoir enseigné.* Grenoble: La Pensée Sauvage.

Chevallard Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche antropologique. *Recherches en didactique des mathématiques.* 12, 1, 73-112.

Chevallard Y. (1994). Les processus de transposition didactique et leur théorisation. In: Arsac G., Chevallard Y., Martinand J.L., Tiberghien A. (eds.) (1994). *La Transposition didactique à l'épreuve*. Grenoble: La Pensée Sauvage.135-180.

D'Amore B. (1998). Oggetti relazionali e diversi registri rappresentativi: difficoltà cognitive ed ostacoli. *L'educazione matematica*. 1, 7-28.

D'Amore B. (1999a). *Elementi di didattica della matematica*. Bologna: Pitagora.

D'Amore B. (1999b). Scolarizzazione del sapere e delle relazioni: effetti sull'apprendimento della matematica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate.* 22A, 3, 247-276.

D'Amore B. (2001). Un contributo al dibattito su concetti e oggetti matematici: la posizione "ingenua" in una teoria "realista" vs il modello "antropologico" in una teoria "pragmatica". *La matematica e la sua didattica*. 1, 4-30.

D'Amore B. (2003). *Le basi filosofiche, pedagogiche, epistemologiche e concettuali della Didattica della Matematica.* Pitagora: Bologna.

Duval R. (1993). Registres de Répresentations sémiotiques et Fonctionnement cognitif de la Pensée. *Annales de didactique et de sciences cognitives.* 5, 37-65.

Duval R. (1995). Quel cognitif retenir en didactique des mathématiques? Actes de l'École d'été 1995. [Trad. it.: *La matematica e la sua didattica*. 3, 1996, 250-269].

Fischbein E. (1985). Ostacoli intuitivi nella risoluzione di problemi aritmetici elementari. In: Chini Artusi L. (ed.) (1985). *Numeri e operazioni nella scuola di base*. Bologna: Zanichelli. 122-132.

Fischbein E. (1992). Intuizione e dimostrazione. In: D'Amore B. (ed.) (1992). *Matematica a scuola: teorie ed esperienze.* Bologna: Pitagora. 1-24.

Fischbein E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational Studies in Mathematics.* 24, 139-162.

Gagatsis A. (2003). *Comprensione e apprendimento in Matematica.* Bologna: Pitagora.

Godino J. D. (1993). La metáfora ecológica en el estudio de la noosfera matemática. *Quadrante.* 2, 1, 9-22.

Laborde C. (2004). Come la geometria dinamica può rinnovare i processi di mediazione delle conoscenze matematiche nella scuola primaria. In: D'Amore B., Sbaragli S. (eds.) (2004). *La Didattica della matematica: una scienza per la scuola.* Atti del XVIII Convegno Nazionale: Incontri con la Matematica. Bologna: Pitagora. 19-28.

Maier H. (1993). Problemi di lingua e di comunicazione durante le lezioni di matematica. *La matematica e la sua didattica.* 1, 69-80.

Maier H. (1995). Il conflitto tra lingua matematica e lingua quotidiana per gli allievi. *La matematica e la sua didattica*. 3, 298-305.

Maier H. (1998). L'uso di mezzi visivi nelle lezioni di geometria. *La matematica e la sua didattica.* 3, 271-290.

Moreno Armella L. (1999). Epistemologia ed educazione matematica. *La matematica e la sua didattica*. 1, 43-59.

Sarrazy B. (1995). Le contrat didactique. *Revue française de pédagogie.* 112, 85-118. [Trad. it.: *La matematica e la sua didattica.* 2, 1998, 132-175].

Sbaragli S. (2003). La scoperta dell'importanza del contesto: il punto nei diversi àmbiti. *Bollettino dei Docenti di Matematica.* Bellinzona (Svizzera). 47, 49-58.

Sbaragli S. (2004). La rilevazione di misconcezioni in geometria. Il caso degli enti primitivi. Atti del Terzo Convegno Nazionale di Didattica della Matematica: *La matematica è difficile? 2004.* Adria (Rovigo). www.liceobocchi.rovigo.net.